

І. РОЗРАХУНОК ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ.

Задача 1.1. При проходженні струму $I=10\text{А}$ через джерело ЕРС в одному напрямку напруга між його затискачам $U_1=110\text{В}$, а при тому ж струмі, що проходить в зворотному напрямку напруга $U_2=130\text{В}$ (рис. 1.1). Визначити ЕРС, внутрішній опір джерела та потужність, що віддається ним в зовнішнє коло або отримується з нього.

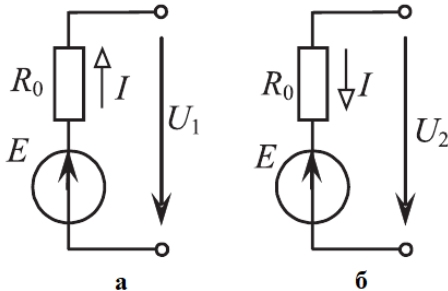


Рис. 1.1

напрямку.

Таким чином, для двох заданих режимів джерела ЕРС можна скласти систему двох рівнянь

$$\begin{cases} U_1 = E - R_0 I; \\ U_2 = E + R_0 I. \end{cases}$$

В результаті розв'язку цієї системи рівнянь отримаємо $E=120\text{В}$, $R_0=1\text{Ом}$.

На рис. 1.1,а напрямки ЕРС та струму однакові. Це означає, що дане джерело ЕРС працює в режимі генератора, тобто воно віддає в зовнішнє коло потужність

$$P_1 = U_1 I = 110 \cdot 10 = 1100 \text{ Вт.}$$

При зустрічному напрямку ЕРС та струму (рис. 1.1,б) джерело ЕРС працює в режимі приймача енергії, споживаючи з зовнішнього кола потужність

$$P_2 = U_2 I = EI + R_0 I^2 = 1200 + 100 = 1300 \text{ Вт.}$$

де EI – електрична потужність, що перетворюється в потужність інших видів, наприклад, енергію, що накопичується у вигляді хімічної енергії акумулятора; $R_0 I^2$ – електрична потужність, що виділяється

Задача 1.2. Два джерела ЕРС ввімкнені за схемою, наведеною на рис. 1.2,а, ЕРС $E_1=80\text{В}$, $E_2=40\text{В}$, внутрішні опори джерел $R_1=2\text{Ом}$, $R_2=1\text{Ом}$, зовнішній опір $R=7\text{Ом}$. 1. Визначити:режими роботи джерел ЕРС; напруги U_{ac} , U_{ab} , U_{bc} . 2. Побудувати потенційну діаграму $\varphi(R)$ вздовж контуру кола. 3. Записати та перевірити рівняння балансу потужностей.

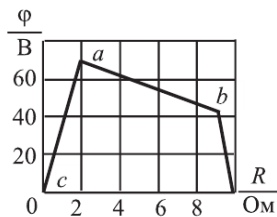
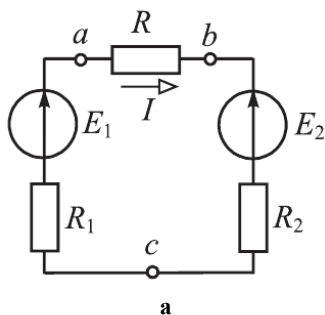


Рис. 1.2

Розв'язок. 1. На основі закону Ома для нерозгалуженого кола струм

$$I = \frac{\sum E}{\sum R_0 + \sum R} = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2 + R} = \frac{80 - 40}{2 + 1 + 7} = 4 \text{ А.}$$

Струм I направлений однаково з ЕРС E_1 та протилежний до ЕРС E_2 . Відповідно, джерело ЕРС E_1 працює в режимі генератора, а джерело ЕРС E_2 – в режимі споживача.

Напруга на затискачах ЕРС E_1 (генератора)

$$U_{ac} = E_1 - R_1 I = 80 - 2 \cdot 4 = 72 \text{ В,}$$

на затискачах джерела ЕРС E_2

$$U_{bc} = E_2 - R_2 I = 40 + 1 \cdot 4 = 44 \text{ В}$$

або

$$U_{bc} = E_1 - R_1 I - RI = 44 \text{ В.}$$

На зовнішньому опорі $U_{ab} = RI = 7 \cdot 4 = 28 \text{ В.}$

2. Приймаємо потенціал точки з $\varphi_c = 0$. Тоді:

$$\varphi_a = \varphi_c - R_1 I + E_1 = 0 - 2 \cdot 4 + 80 = 72 \text{ В;}$$

$$\varphi_b = \varphi_a - RI = 72 - 7 \cdot 4 = 44 \text{ В}$$

або

$$\varphi_b = \varphi_c + R_2 I + E_2 = 0 + 1 \cdot 4 + 40 = 44 \text{ В.}$$

Потенційна діаграма, побудована за отриманими даними, зображена на рис. 1.2, б.

3. Рівняння балансу потужностей має вигляд

$$\sum P_{\text{джер}} = \sum P_{\text{сп}}$$

де $\sum P_{\text{джер}}$ - сумарна потужність, що розвивається джерелами енергії;

$\sum P_{\text{сп}}$ - сумарна потужність, що споживається в колі.

В даній задачі

$$\sum P_{\text{джер}} = E_1 I = 80 \cdot 4 = 320 \text{ Вт;}$$

$$\sum P_{cn} = R_1 I^2 + R_2 I^2 + R I^2 + E_2 I = 2 \cdot 16 + 1 \cdot 16 + 7 \cdot 16 + 40 \cdot 4 = 320 \text{ Вт.}$$

Потужність $R_1 I^2 + R_2 I^2 + R I^2 = 160$ Вт перетворюється в теплову в опорах R_1 , R_2 , R , потужність $E_2 I = 160$ Вт перетворюється в потужність іншого виду, наприклад в хімічну енергію при зарядці акумулятора.

Задача 1.3. Опір обмотки електричного двигуна, виконаного з мідного провідника, в холодному стані (температура навколишнього середовища $t_1 = 20^\circ\text{C}$) $R_1 = 0,16$ Ом; в нагрітому стані (після тривалого робочого режиму) $R_2 = 0,2$ Ом. Визначити робочу температуру t_2 .

Розв'язок. Температурна залежність опору провідників визначається співвідношенням

$$R_2 = R_1(1 + \alpha(t_2 - t_1)),$$

де α -температурний коефіцієнт опору; для міді $\alpha = 0,004$ $1/^\circ\text{C}$.

Знаходимо робочу температуру обмотки двигуна:

$$t_2 = t_1 + \frac{R_2 - R_1}{\alpha R_1} = 20 + \frac{0,2 - 0,16}{0,004 \cdot 0,16} = 82,5^\circ\text{C}.$$

Задача 1.4. До джерела напруги 220В послідовно підключені дві лампи розжарювання з номінальною напругою $U_{ном} = 110\text{В}$ та номінальною потужністю $P_{1ном} = 60\text{Вт}$, $P_{2ном} = 200\text{Вт}$. Визначити напругу та потужність кожної лампи, вважаючи їх опори постійними.

Розв'язок. Для визначення напруги на затискачах кожної лампи знаходимо їх опори за номінальними даними:

$$R_1 = \frac{U_{ном}^2}{P_{1ном}} = \frac{110^2}{60} = 202 \text{ Ом}; \quad R_2 = \frac{U_{ном}^2}{P_{2ном}} = \frac{110^2}{200} = 60,5 \text{ Ом}.$$

Тоді струм кола

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{220}{201 + 60,5} = 0,84 \text{ А,}$$

а опори на затискачах ламп відповідно рівні:

$$U_1 = R_1 I = 169,2 \text{ В}; \quad U_2 = R_2 I = 50,8 \text{ В}.$$

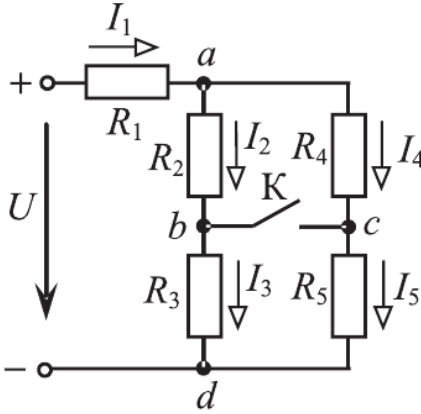
Як бачимо, послідовне з'єднання приймачів різної потужності в даному випадку неприпустиме, оскільки один з них буде знаходитися під підвищеною напругою, інший – під пониженою. Потужність кожного з них при цьому відрізняється від номінальної:

$$P_1 = U_1 I = R_1 I^2 = 142 \text{ Вт}; \quad P_2 = U_2 I = R_2 I^2 = 42,7 \text{ Вт}.$$

Задача 1.5. В колі (рис. 1.3) $U = 72\text{В}$, $R_1 = R_2 = 3\text{Ом}$, $R_3 = 12\text{Ом}$, $R_4 = 6\text{Ом}$, $R_5 = 4\text{Ом}$. Визначити струму в вітках при розімкненому та замкненому ключі К.

Розв'язок. При замкненому ключі К загальний опір кола

$$R = R_1 + R_{ad} = R_1 + \frac{(R_2 + R_3)(R_4 + R_5)}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} = 9 \text{ Ом}.$$



Визначаємо струми у вітках:
 $I_1 = U/R = 72/9 = 8 \text{ A};$

$$I_2 = I_3 = \frac{U_{ab}}{R_2 + R_3} = \frac{U - R_1 I_1}{R_2 + R_3} = 3,2 \text{ A} \quad I_4 = I_5 = \frac{U_{ab}}{R_4 + R_5} = 4,8 \text{ A}$$

При замкненому ключі загальний опір кола

$$R = R_1 + R_{ab} + R_{bd} = R_1 + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} + \frac{R_3 R_5}{R_3 + R_5} = 3 + 2 + 3 = 8 \text{ Ом.}$$

Рис. 1.3

Загальний струм
 $I_1 = U/R = 9 \text{ A.}$

Напруги на ділянках:

$$U_{ab} = R_{ab} I_1 = \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} I_1 = 2 \cdot 9 = 18 \text{ В};$$

$$U_{bd} = R_{bd} I_1 = 3 \cdot 9 = 27 \text{ В.}$$

Знаходимо струми у вітках:

$$I_2 = U_{ab}/R_2 = 6 \text{ A}; I_3 = U_{bd}/R_3 = 2,25 \text{ A};$$

$$I_4 = U_{ab}/R_4 = 6 \text{ A}; I_5 = U_{bd}/R_5 = 2,25 \text{ A}.$$

Задача 1.6. Визначити напругу на затискачах джерела (рис. 1.4), якщо відомі опори всіх віток: $R_1=60 \text{ Ом}, R_2=100 \text{ Ом}, R_3=50 \text{ Ом}, R_4=25 \text{ Ом}, R_5=50 \text{ Ом}$ і струм $I_5=0,1 \text{ A}$. Перевірити баланс потужностей.

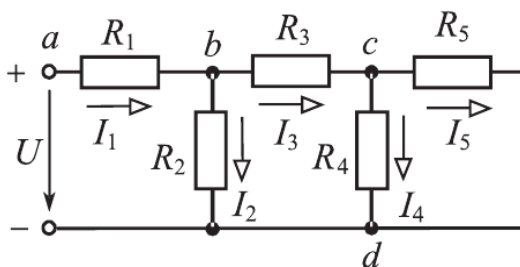


Рис. 1.4

Розв'язок. Напряга на ділянці cd

$$U_{cd} = R_5 I_5 = 5 \text{ В.}$$

Струм I_3 визначаємо за першим законом Кірхгофа для вузла c :

$$I_3 = I_4 + I_5 = 0,3 \text{ А.}$$

Напрягу на ділянці bd знаходимо за другим законом Кірхгофа:

$$U_{bd} = R_3 I_3 + R_4 I_4 = 20 \text{ В.}$$

Струм $I_2 = U_{bd} / R_2 = 0,2 \text{ А}$. Загальний струм кола $I_1 = I_2 + I_3 = 0,5 \text{ А}$.

Напряга на вході кола $U = R_1 I_1 + U_{bd} = 50 \text{ В}$. Потужність, що генерується джерелом $P_{дж} = UI_1 = 25 \text{ Вт}$. Потужність, що споживається приймачами,

$$P_{cn} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 = 25 \text{ Вт.}$$

Рівняння балансу потужностей $P_{дж} = P_{cn} = 25 \text{ Вт}$.

Задача 1.7. В колі (рис. 1.5) $E_1=56\text{В}$, $E_3=10\text{В}$, $E_4=80\text{В}$, $R_1=1 \text{ Ом}$, $R_2=12 \text{ Ом}$, $R_3=4,5 \text{ Ом}$, $R_4=10 \text{ Ом}$, $R_5=2 \text{ Ом}$. Визначити струми віток такими методами: 1) безпосереднього застосування законів Кірхгофа; 2) контурних струмів; 3) вузлових потенціалів.

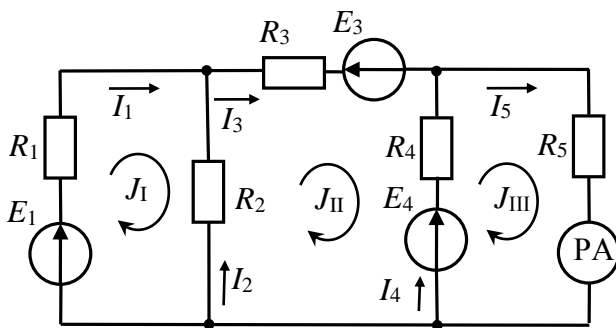


Рис. 1.5

Розв'язок.

1. *Метод законів Кірхгофа.* Довільно позначаємо на схемі напрямки струмів віток. Загальне число рівнянь, які складають за законами Кірхгофа, дорівнює числу невідомих струмів, відповідно числу віток кола m .

Якщо в схемі є n вузлів, то за першим законом Кірхгофа складають $n-1$ рівнянь. Інші $m-(n-1)$ рівнянь записують за другим законом Кірхгофа.

Для даного кола система має вигляд:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ I_4 + I_3 - I_5 = 0 \\ E_1 = R_1 I_1 + R_2 I_2 \\ -E_3 - E_4 = -R_2 I_2 + R_3 I_3 - R_4 I_4 \\ E_4 = R_4 I_4 + R_5 I_5 \end{cases}$$

Розв'язок отриманої системи рівнянь з п'яти невідомими струмами дає: $I_1 = 8\text{A}$, $I_2 = 4\text{A}$, $I_3 = 4\text{A}$, $I_4 = 6\text{A}$, $I_5 = 10\text{A}$.

2. *Метод контурних струмів.* Число рівнянь, які складають за методом контурних струмів, скорочується до $m-(n-1)$. Довільно позначаємо на схемі (рис. 1.5) позитивні напрямки контурних струмів J_I , J_{II} , J_{III} . Отримуємо за другим законом Кірхгофа рівняння для контурних струмів.

$$\begin{cases} E_1 = (R_1 + R_2)J_I - R_2 J_{II}; \\ -E_3 - E_4 = (R_2 + R_3 + R_4)J_{II} - R_2 J_I - R_4 J_{III}; \\ E_4 = (R_4 + R_5)J_{III} - R_4 J_{II}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 56 = 13J_I - 12J_{II}; \\ -90 = -12J_I + 26,5J_{II} - 10J_{III}; \\ 80 = -10J_{II} + 12J_{III}. \end{cases}$$

Результатом розв'язку системи рівнянь є контурні струми: $J_I=8\text{A}$, $J_{II}=4\text{A}$, $J_{III}=10\text{A}$.

Дійсний струм кожної з віток дорівнює алгебраїчній сумі контурних струмів, що проходять по даній вітці:

$$I_1 = J_I = 8\text{A}; \quad I_2 = J_I - J_{II} = 8 - 4 = 4\text{A};$$

$$I_3 = J_{II} = 4\text{A}; \quad I_4 = J_{III} - J_{II} = 6\text{A}; \quad I_5 = J_{III} = 10\text{A}$$

3. *Метод вузлових потенціалів.* Його рекомендується використовувати в тих випадках, коли число складених за цим методом рівнянь $(n-1)$ менше числа рівнянь, складених за методом контурних струмів $(m-n+1)$.

Приймаємо потенціал одного з вузлів, наприклад вузла c (рис. 1.5), рівним нулю. Записуємо систему рівнянь для визначення потенціалів вузлів a та b :

$$\begin{cases} \varphi_a = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \varphi_a - \varphi_b \frac{1}{R_3} = E_1 \frac{1}{R_1} + E_3 \frac{1}{R_3} \\ \varphi_b = \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) \varphi_b - \varphi_a \frac{1}{R_3} = E_4 \frac{1}{R_4} + E_3 \frac{1}{R_3} \end{cases}$$

Розв'язок системи рівнянь дає: $\varphi_a = 48 \text{ В}$, $\varphi_b = 20 \text{ В}$.

Струми знаходимо за законом Ома:

$$I_1 = \frac{\varphi_c - \varphi_a + E_1}{R_1} = \frac{0 - 48 + 56}{1} = 8 \text{ А}; \quad I_2 = \frac{\varphi_a - \varphi_c}{R_2} = \frac{48 - 0}{12} = 4 \text{ А};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_a - \varphi_b + E_3}{R_3} = 4 \text{ А}; \quad I_4 = \frac{\varphi_c - \varphi_b + E_4}{R_4} = 6 \text{ А};$$

$$I_5 = \frac{\varphi_b - \varphi_c}{R_5} = 4 \text{ А}.$$

Контрольні задачі.

1.1. При послідовному з'єднанні двох реостатів опорамі R_1 і R_2 потужність, що розсіюється на другому реостаті, виявилась вдвічі більшою за потужність, що розсіюється на першому. Яким буде співвідношення потужностей, що розсіюються на реостатах, при їх паралельному з'єднанні?

1.2. В нерозгалуженому колі (рис. 1.1.) $E_1=48\text{В}$, $E_2=20\text{В}$, а опори $R_1=4\text{Ом}$, $R_2=3\text{Ом}$. Визначити напругу між точками a та b .

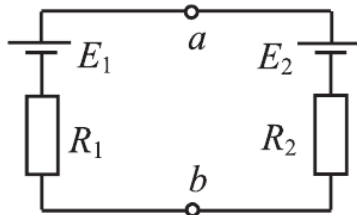


Рис. 1.6

1.3. Розрахувати діаметр та довжину ніхромової проволоч нагрівального елемента електричної плити потужністю 600Вт. Питомий опір ніхрому в нагрітому стані $\rho=1,3\text{мкОм}\cdot\text{м}$, допустима густина струму $8\text{А}/\text{мм}^2$. Напруга мережі 220В.

1.4. Якщо два резистори, з'єднаних послідовно, ввімкнуті в мережу напругою 120В, то струм у колі буди дорівнювати

4,8А. Якщо ж резистори з'єднати паралельно і ввімкнуті в ту ж мережу, то загальний струм

навантаження буде дорівнювати 20А. Чому дорівнюють опори резисторів?

1.5. Три споживача, опори яких рівні R , $2R$, $3R$, ввімкнені паралельно в мережу напругою 120В. Загальна споживана потужність 240Вт. Визначити опір R та потужність кожного споживача.

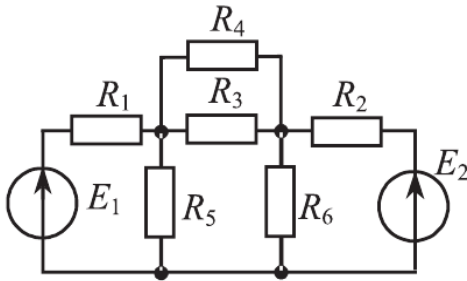
1.6. Під напругою 120В послідовно ввімкнені дві лампи розжарювання. Вольтметр, який має опір 2000Ом, почергово підключається паралельно до кожної лампи. Показники вольтметра при цьому однакові і рівні 50В. Визначити опір кожної лампи.

1.7. До затискачів акумулятора, ЕРС якого 12В та внутрішній опір 3Ом, постійно приєднане навантаження опором 9Ом. При якому опорі реостата, ввімкненого паралельно навантаженню, в ньому буде розвиватися найбільша потужність? Чому рівна ця потужність?

1.8. Двопровідна лінія довжиною 74м, виконана з мідного провідника, площа перерізу якого 25мм^2 , живить електродвигун. Напруга на початку лінії

230В. Визначити напругу на затискачах електродвигуна, якщо споживана ним потужність 20кВт. Прийняти питомий опір міді $\rho=0,0185\text{мкОм}\cdot\text{м}$.

1.10. Лампа розжарювання, опір якої 242Ом, живиться від електричної мережі по двопровідній лінії з мідного провідника ($\rho=0,0185\text{мкОм}\cdot\text{м}$). Довжина лінії 100м, площа перерізу провідника 1,5мм². Визначити на скільки відсотків знизиться напруга на лампі, якщо паралельно їй ввімкнути нагрівальний прилад опором 48,4Ом. Опір лампи розжарювання вважати постійним.



1.11. В колі (рис. 1.2) $E_1=100\text{В}$, $E_2=35\text{В}$, а опори $R_1=R_2=R_3=R_4=40\text{Ом}$, $R_5=30\text{Ом}$. Визначити, при якому значенні опору R_6 струм у вітці з джерелом ЕРС E_2 буде дорівнювати нулю. Знайти всі струми.

1.12. В колі (рис. 1.3) $E_1=120\text{В}$, $R_{01}=2\text{Ом}$, $E_2=88\text{В}$, $R_{02}=8\text{Ом}$, $R_1=R_2=12\text{Ом}$, $R_3=4\text{Ом}$, $R_4=2\text{Ом}$. Записати рівняння за законами Кірхгофа для визначення струмів у вітках схеми. Визначити струми у вітках методом контурних струмів. Знайти напруги U_1 та U_2 а затискачах джерел.

Рис. 1.7

1.13. Дві батареї, ЕРС яких рівні 4,0В та 4,5В, а внутрішні опори – по 0,1Ом, з'єднані паралельно та працюють на спільне навантаження. Якщо струм першої батареї дорівнює 5А, то чому дорівнює струм навантаження?

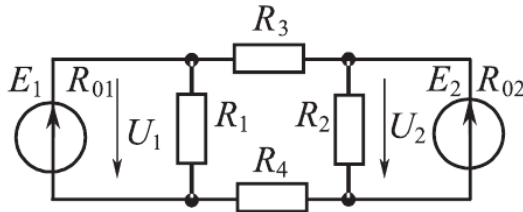


Рис. 1.8